

PROGRAMME DE COLLE 13 : 11/01/21 AU 15/01/21

STRUCTURES ALGÈBRIQUES

Reprise du programme précédent (groupes) plus :

- ▶ Anneaux (unitaires). Calculs dans un anneau : binôme, factorisation de $a^n - b^n$. Anneau E^A des fonctions à valeurs dans un anneau A .
- ▶ Diviseurs de zéros, anneau intègre, éléments inversibles, groupes des unités de A (noté A^\times ou $U(A)$).
- ▶ Morphismes d'anneaux.
- ▶ Corps.

ARITHMÉTIQUE DES ENTIERS

- ▶ Relation de divisibilité dans \mathbf{Z} . Notations : $\mathcal{D}(a)$ pour l'ensemble des diviseurs de a , $a\mathbf{Z}$ pour l'ensemble de ses multiples.
- ▶ Division euclidienne par un entier positif : existence et unicité.
- ▶ Nombres premiers : définition, infinité, crible d'Ératosthène.
- ▶ PGCD (notation : $a \wedge b$) : définition (plus grand diviseur commun de a et b), algorithme d'Euclide. Un entier est un diviseur commun de a et b ssi c'est un diviseur de $a \wedge b$. Identité de Bézout. Algorithme d'Euclide étendu pour le calcul des coefficients d'une relation de Bézout.
- ▶ Entiers premiers entre eux. Un entier est premier avec un produit ssi il est premier avec chacun de ses facteurs. Lemme de Gauss. Forme irréductible d'un rationnel.
- ▶ PPCM : notation $a \vee b$. Un entier est multiple de a et b ssi c'est un multiple de $a \vee b$. Lien avec le PGCD : $(a \wedge b)(a \vee b) = ab$.
- ▶ PGCD de n nombres, entiers premiers dans leur ensemble.