

PROGRAMME DE COLLE 6 : 09/11/20 AU 13/11/20

INTRODUCTION AUX POLYNÔMES ET À LA DÉCOMPOSITION EN ÉLÉMENTS SIMPLES

Reprise du programme précédent.

CALCUL DE PRIMITIVES ET D'INTÉGRALES

- ▶ Théorème fondamental de l'analyse : toute fonction continue sur un intervalle y admet des primitives (admis à ce stade de l'année).

L'intégrale d'une fonction continue f sur un segment $[a, b]$ est alors (provisoirement) définie par $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b$.

Premières propriétés de l'intégrale : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance. $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a .

Notation $\int f(t) dt$ pour désigner une primitive quelconque.

- ▶ Primitives usuelles, incluant $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\ln(x)$, $\tan(x)$ et $\text{th}(x)$. Primitives de $u'u^n$, $\frac{u'}{u}$, $\ln(u)$.

Primitives des éléments simples de première espèce, et des éléments simples de seconde espèce de la forme $\frac{1}{1+x^2}$, $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$, mais pas de $\frac{ax+b}{(cx^2+dx+e)^n}$ pour $n \geq 2$.

Des exercices sont possibles sur ces éléments de seconde espèce, mais doivent être guidés.

Intégration des polynômes trigonométriques par linéarisation (formules d'Euler).

- ▶ Intégration par parties. Application à la recherche de primitive..
- ▶ Changement de variable, application à la recherche de primitive.

*Les changements de variable peuvent être donnés **ou non** dans l'énoncé.*

Note aux colleurs : les règles de Bioche, leurs analogues hyperboliques, ou toute règle «old school» concernant les changements de variable dans des intégrales abéliennes ont complètement disparu des programmes (ce qui n'empêche pas de calculer lesdites intégrales à condition que le changement de variable soit donné).

- ▶ Dérivation des fonctions à valeurs complexes. Dérivée d'une somme, d'un quotient, de e^φ . Application au calcul de primitives (notamment pour les fonction du type exponentielle fois sinus/cosinus (fois polynôme)).